$S \cap P_m$			
	Un point	un point	

3) a) $m = 1 \in \left]-\sqrt{\frac{5}{2}}, \sqrt{\frac{5}{2}}\right[$ d'où S et P_1 se coupent selon un cercle ζ. ζ est de rayon $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{\frac{10-4}{3}} = \sqrt{2}$. ζ est de centre H tel que H est le projeté orthogonal de I sur P_1. I(2,3,2) et $\overrightarrow{N_1}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ un vecteur normal de P_1 et on pose H(x,y,z)…… ?

Exercice N°12 L'espace E est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.On désigne par S l'ensemble des points M(x,y,z) tels que : $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$.

1) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre et le rayon.

2) Soit P le plan dont une équation cartésienne est : 2x-2y+z-2=0. Déterminer la position relative de S et P. Caractériser $S \cap P$.

3) Déterminer les translations qui transforment P en un plan tangent à S.

Exercice N°12 1) S :$x^2+y^2+z^2-4y-5=0$; $M(x,y,z) \in S \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4y-5=0 \Leftrightarrow x^2+\left(y^2-4y\right)+z^2-5=0$

$\Leftrightarrow x^2+(y-2)^2-4+z^2-5=0 \Leftrightarrow x^2+(y-2)^2+z^2=9$ d'où S est une sphère de centre $\Omega(0,2,0)$ et de rayon 3.

2) P :2x-2y+z-2=0 ; position de S et P : $d = d(\Omega,P) = \frac{|0-4-0+2|}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{6}{\sqrt{9}} = 2$. $R^2-d^2 = -4 = 5 > 0$ *donc* $R > d$. D'où S et P se coupent selon un cercle. Caractérisation de $S \cap P$: C'est un cercle (C) de rayon $\sqrt{R^2-d^2} = \sqrt{5}$ et de centre H ; le projeté orthogonal de Ω sur P. $\Omega(0,2,0)$ *et* $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ un vecteur normal de P et on pose H(x,y,z). $\overrightarrow{\Omega H}$ est colinéaire à $\vec{n} \Leftrightarrow$ il existe un réel α tel que $\overrightarrow{\Omega H} = \alpha\vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = 2\alpha \\ y_H = 2-2\alpha \\ z_H = \alpha \end{cases}$; $H \in P$ donc les coordonnés de H vérifient l'équation de P d'où $2(2\alpha)-2(2-2\alpha)+\alpha-2=0 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3}$. D'où $H\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$.

Conclusion : $S \cap P = C_{(H,\sqrt{5})}$.

3) Une translation $t_{\vec{u}}$ transforme un plan en un plan qui lui est parallèle. Si $t_{\vec{u}}(P) = P'$ on a P//P' et par suite P' :2x-2y+z+d=0. On veut que P' soit tangent à S. Donc $d(\Omega,P') = 3$ rayon de S or $d(\Omega,P') = \frac{|0-4+0+d|}{\sqrt{4+4+1}}$ donc $\frac{|-4+d|}{\sqrt{9}} = 3$. D'où $|d-4| = 3$ et par suite d-4=9 ou d-4=-9 on obtient d=13 ou d= -5. on trouve deux plans tangents à S et parallèles à P ; $P_1 : 2x-2y+z+13=0$ et $P_2 : 2x-2y+z-5=0$; $t_{\vec{u_1}}(P) = P_1$ et $A(0,0,2) \in P$. On pose $A' = t_{\vec{u_1}}(A)$ on a alors $A' \in P_1$ *et* $\overrightarrow{AA'} = \vec{u_1}$ et la droite (AA') coupe P_1 en A'. Or la droite (AA') est perpendiculaire au plan P donc $\vec{n}$ qui est un vecteur normal de P est un vecteur directeur de (AA') . On

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...